پنجمین کنفرانس شبکه‌های توزیع نیروی برق

بررسی تأثیر ابعاد شبکه‌های توزیع محلی بر روی سرعت حل معادلات خطی موجود در الگوریتم‌های شبکه‌های برق

محمد حسین جاویدی

استادیار گروه برق

دانشکده مهندسی ـ دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده:

دستگاههای معادلات خطی با ابعاد بزرگ پایه و اساس حل بسیاری از مسائل شبکه‌های برق و از جمله پخش بار می‌باشند. حل این معادلات که غالباً با استفاده از روشهای مستقیم و با کمک تجزیه ماتریس ضرایب به دو ماتریس مثلث پایینی و بالایی صورت می‌پذیرد، برای شبکه‌های با ابعاد بزرگ بخصوص هنگامی که شبکه‌های توزیع محلی با تعداد گره زیاد داشته باشیم بسیار وقت‌گیر و کند می‌باشد. این مشکل غالباً منجر به کنار گذاشتن شبکه‌های توزیع محلی از محاسبات مربوطه و در نظرگرفتن نقاط متصل به شبکه توزیع به عنوان نقاط مصرف در شبکه انتقال می‌باشد.

این مقاله ضمن معرفی یک روش تکراری به عنوان جایگزینی با سرعت زیاد به جای روشهای مستقیم حل سیستم معادلات خطی که هسته اصلی بررسی پخش بار می‌باشند، تأثیر ابعاد شبکه‌های توزیع محلی را بر روی عملکرد این روش و روشهای مستقیم حل مورد ارزیابی و مقایسه قرار می‌دهد.

اساس کار در این روش استفاده از آلگوریتم تکراری PCG[1] به جای روش مستقیم حل معادلات می‌باشد. در نتیجه از زمان زیاد مربوط به تجزیه ماتریس و مرتب کردن معادلات صرفنظر می‌شود.

سرعت فوق‌العاده این روش حل به تحلیلگران شبکه‌های توزیع این امکان را می‌دهد که بتوانند شبکه‌های توزیع و زیر توزیع را در محاسبات مربوط به پخش بار و حوادث شبکه در نظر بگیرند و با پرهیز از زمان زیاد مربوط به تجزیه ماتریس ضرایب بتوانند نتایج را در زمان کوتاهی بدست آورند. از مزایای این روش بدست آوردن جوابهای واقعی‌تر می‌باشد که بررسی مسائل شبکه بصورت دقیق و نه تقریبی را در زمانی قابل قبول مقدور می‌سازد.

۱ـ Pre-conditioned Conjugate Gradient Algorithm.

شرح مقاله :

۱ـ روشهای حل سیستم معادلات خطی

سیستم معادلات خطی با ابعاد بزرگ و دارای ماتریس ضرایب نسبتاً خلوت از نوع

$$Ax = b \qquad (1)$$

بطور گسترده در مسائل شبکه‌های برق از قبیل پخش بار، تجزیه و تحلیل حوادث، اتصال کوتاه و پایداری بکار برده می‌شود.

هدف از این مقاله بررسی تأثیر ابعاد شبکه‌های توزیع محلی بر روی زمان حل سیستم معادلات خطی موجود در شبکه‌های برق می‌باشد. در این بررسی عملکرد روش تکراری PCG و روشهای مستقیم حل معادلات مزبور مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.

شبکه‌های توزیع اساساً دارای طبیعت ناهمگون و پیچیدگیهای ارتباطی در مقایسه با شبکه‌های انتقال بوده و تعداد گره‌های آنها می‌تواند بسیار زیاد باشد و در مواردی بالغ بر چند هزار می‌گردد [۱] لذا محققین زیادی در جهت کاهش زمان مربوط به محاسبات مربوطه تلاش کرده‌اند. اکثر این روشها متکی بر روشهای جبرانی و اصلاح ماتریس ضرایب برای کاهش زمان مربوط به تجزیه ماتریس ضرایب و مرتب کردن بهینه معادلات(۱) هستند. با این وجود در روشهای موجود معمولاً از در نظر گرفتن ماتریس ضرایب بطور واقعی در تکرارهای متوالی صرفنظر می‌شود تا زمان محاسبات در حد معقول باقی بماند.[۳-۱]

سیستمهای معادلات خطی عمدتاً به دو طریق مستقیم و یا تکراری می‌توانند حل شوند.

الف) روشهای تکراری کلاسیک، از قبیل روش گوس سایدل و غیره که نسبتاً ساده بوده و بخصوص نرم افزار نویسی آنها آسان می‌باشد، اما دارای سرعت و قابلیت اعتماد پایین می‌باشند.

ب) روشهای مستقیم که عمدتاً متکی بر روش حذف گوسی می‌باشند. این روشها در تعداد محدودی عملیات به جواب دقیق منجر می‌شوند و در حالت کلی به تعداد $O(n^2)$ محل حافظه و تعداد $O(n^3)$ عمل محاسباتی نیازمند می‌باشند. این روشها در طول سالهای

1_ Optimal Ordering.

گذشته با استفاده از برنامه نویسی خلوت و تکنیکهای مرتب کردن بهینه، بهبود فوق‌العاده‌ای یافته‌اند. با این حال زمان مربوط به این روشها در حل سیستمهای بسیار بزرگ مربوط به بعضی شبکه‌ها می‌تواند بسیار کند باشد.

در بعضی زمینه‌ها از جمله بررسی روشهای اجزاء محدود، یک روش بسیار سریع برای حل معادلات خطی بزرگ روش تکراری PCG [1] می‌باشد[۵ و ۴]. روش CG [2] معمولاً در n تکرار به جواب می‌رسد که n ابعاد سیستم معادلات خطی را مشخص می‌نماید، اما در این شرایط دارای سرعت روشهای مستقیم سریع امروزه نمی‌باشد.

با این حال چنانچه مقادیر مشخصه ماتریس ضرایب خوشه‌ای بوده و تعداد بردارهای یکه متمایز از هم d ($d<n$) باشد، این روش در d تکرار به جواب خواهد رسید. تفاوت روش PCG با روش CG در این است که ابتدا یک تبدیل خطی کم هزینه روی سیستمهای معادلات خطی اعمال می‌شود بطوریکه مقادیر مشخصهٔ ماتریس ضرایب جدید در خوشه‌هایی متمرکز می‌شوند و دارای مقادیر متمایز محدودی خواهند شد[۶]. با این چنین تبدیلی سیستم معادلات (۱) بصورت زیر تغییر پیدا خواهد کرد:

$$A_p y = b_p \qquad (۲)$$

$$A_p y = [K^{-1}\ a\ (K^{-1})^T] \qquad (۳)$$

$$b_p = K^{-1}\ b \qquad (۴)$$

$$y = [K^T x] \qquad (۵)$$

نشان داده شده است که روش مزبور با اعمال ماتریس تبدیل چلسکی ناقص [3] مقادیر مشخصه را خوشه‌ای می‌سازد و بهره سرعتی آن بر روشهای مستقیم برای حل معادلات مربوط به مسائل اجزاء محدود [۷] و شبکه‌های برق [۸] بهبود قابل ملاحظه‌ای می‌یابد.

آزمایشات و نتایج ما روی شبکه‌های بزرگ نشان می‌دهد که برای حل سیستم معادلات خطی بسیار بزرگ که در بررسی پخش بار هنگامیکه شبکه‌های توزیع در نظر گرفته می‌شوند پیش می‌آید، روش PCG می‌تواند بسیار سریعتر از روشهای مستقیم باشد. در این مقاله ضمن معرفی روش مزبور پاره‌ای از نتایج مقایسه‌ای روش مزبور با یک روش حل مستقیم و متداول در شبکه‌های برق ارائه می‌گردد.

۱_ Pre-conditioned Conjugate Gradient Algorithm   ۲_ Conjugate Gradient.

۳_ Incomplete Cholesky Pre-conditioning Matrix.

۲ ـ روش *PCG*:

۱ - ۲ - آلگوریتم PCG: اساس این روش برای حل معادلات خطی از نوع (۱)، وقتی A یک ماتریس قطعاً مثبت[۱] باشد، همانطور که در مقدمه توضیح داده شد، بر اعمال یک تبدیل خطی ارزان و حل به کمک روش عمومی CG استوار می‌باشد[۹] بطوریکه مقادیر ویژه ماتریس ضرایب جدید متمرکز و خوشه‌ای گردند. برای جزئیات بیشتر این روش می‌توان به مقاله‌های مرجع ۴ تا ۸ مراجعه کرد. متذکر می‌شود که آلگوریتم واقعی به دلیل افزایش سرعت و کاربرد حافظه کمتر بسیار پیچیده‌تر از چهار چوب بیان شدهٔ فوق می‌باشد.

آلگوریتم مزبور را بطور ساده می‌توان بصورت زیر نشان داد [۴]:

1) Initialization

a) Initialize ε

b) Guess x.

c) Form $r = b - Ax$

d) Form $p = Hr$, Where $H = (KK^T)^{-1}$

While $\|r\| > \varepsilon$ do

2) Form $S = Ap$.

3) Form $\sigma = p^T r$.

4) Form $\alpha = \sigma / (p^T S)$.

5) Update $x = x + \alpha S$.

6) Update $r = r - \alpha S$.

7) Form $h = K^{-1} r$.

8) Form $\beta = h^T h / \sigma$

9) Update $p = K^{-T} h + \beta p$.

لازم به ذکر است که در آلگوریتم فوق، ماتریس K^{-1} که به ماتریس تبدیل چلسکی ناقص مشهور می‌باشد، بطور صریح محاسبه نمی‌شود. در حقیقت هرگاه حاصلضرب ماتریس $(K)^{-1}$ و یا $(K^T)^{-1}$ در یک بردار ضروری باشد، با استفاده از روشهای ضمنی، نتیجه مطلوب حاصل می‌گردد.

۱ـ Positive definite.

۲ - ۲ - ماتریس تبدیل چلسکی ناقص : یک ماتریس متقارن A بصورت زیر به ضرایب چلسکی تجزیه می‌شود:

$$A = LL^T \qquad (۶)$$

بطوریکه ماتریس L یک ماتریس مثلث پایینی می‌باشد.

ماتریس تبدیل چلسکی ناقص K، یک تقریب از ماتریس L می‌باشد [۱۱ و ۵]، بطوریکه فقط عناصری از L را نگه می‌دارد که بر محلهای عناصر غیر صفر ماتریس اصلی A منطبق می‌باشند. بنابراین ماتریس K علی رغم ماتریس L یک ماتریس خلوت می‌باشد. برای ماتریسهای بزرگ زمان محاسبهٔ این ماتریس در مقایسه با ماتریس L فوق العاده کم می‌باشد. حفظ خلوتی ماتریس باعث اشغال حافظهٔ بسیار کمی در کامپیوتر می‌باشد.

۳ - ۲ - مقایسه روش PCG و روشهای مستقیم حل معادلات : روش PCG معمولاً در تعداد $O(n^{0.5})$ تکرار به جواب می‌رسد و شامل تعداد sn عمل محاسباتی در هر تکرار می‌باشد بطوریکه s تعداد متوسط عناصر غیر صفر ماتریس ضرایب در هر ردیف را مشخص می‌کند. بنابراین، تعداد کل عملیات محاسباتی $O(sn^{1.5})$ خواهد بود. تعداد محل حافظه مورد نیاز نیز $O(sn)$ خواهد بود.

در روش مستقیم حل معادلات به عنوان مثال اگر از روش فرنتال[۱] برای یک ماتریس با پهنای باند محدود و متمرکز (m) در اطراف قطر اصلی استفاده کنیم و فقط بخش غیر صفر ماتریس در حافظه ذخیره شود، تعداد عملیات لازم برای حل $O(nm^2)$ خواهد بود و به $O(m^2)$ محل حافظه برای ذخیره نیاز خواهیم داشت. این روابط بیانگر این واقعیت است که برای ماتریسهای بسیار بزرگ با پهنای باند m که خیلی کوچک نباشد $(m^2>n^{0.5})$، روش PCG برای رسیدن به جواب به تعداد عملیات محاسباتی کمتری در مقایسه با روش مستقیم نیاز خواهد داشت.

باید توجه داشت که سیستمهای معادلات خطی از نوع

$$Ax_K = b_K \qquad (۷)$$

که به عنوان مثال در پخش بار تفکیک شدهٔ سریع[۲] (FDLF) مشاهده می‌شود، روشهای مستقیم از این مزیت بهره‌مند خواهند شد که برای K تکرار معادلات فقط در تکرار اول باید

۱_ Frontal Solver.

۲_ Fast Decoupled Load Flow.

ماتریس A تجزیه شود و برای تکرارهای بعدی فقط از یک جایگزینی بسمت جلو و عقب[1] ضروری خواهد بود که در مقایسه با تجزیه ماتریس A زمان بسیار ناچیزی خواهد داشت. بنابراین می‌توان پیش بینی کرد که روش PCG برای حل معادلات از نوع

$$A_K x_K = b_K \quad (8)$$

مانند آنچه که در محاسبات مربوط به بررسی امنیت شبکه مطرح می‌شود، مزیت بیشتری در برابر روشهای مستقیم حل از خود نشان می‌دهد زیرا در این حالت، تجزیه ماتریس A_K در هر تکرار ضروری خواهد بود. در حالی که در روش PCG محاسبه ماتریس K که چندان پر هزینه نمی‌باشد، در دو حالت فوق در هر تکرار باید انجام شود.

یک محدودیت روش PCG این است که بیشتر برای ماتریسهای با عناصر قطری مثبت و بزرگ بطور وسیع تست شده است.

۳-کاربرد روش *PCG* در بررسی شبکه‌های برق

۱ - ۳ - پخش بار[2] DC : این پخش بار یک تقریب بر پخش بار AC است که برای حل شبکه‌های با خطوط نسبتاً کوتاه و هنگامیکه نسبت R بر X کوچک می‌باشد و اختلاف زاویه ولتاژ در گره‌های مختلف ناچیز باشد، کاربرد دارد. این پخش بار بصورت سیستم معادلات خطی

$$P = B\,\theta \quad (9)$$

مدلسازی می‌شود که در آن P بردار قدرت تزریقی، θ بردار زوایای گره‌ها و B ماتریس مربوط به پخش بار DC می‌باشد.

۲ - ۳ - پخش بار تفکیک شدهٔ سریع : این روش معمول‌ترین روش برای حل معادلات پخش بار AC می‌باشد و اساس آن، آلگوریتم ساده شده نیوتن می‌باشد. در هر تکرار این روش پخش بار دو مجموعه معادلات خطی باید حل شوند که عبارتنداز:

$$B'\,d\theta = \frac{dp}{v} \quad (10)$$

$$B''dv = \frac{d\theta}{v} \quad (11)$$

بطوریکه `B و "B در روابط فوق ماتریسهای ثابت می‌باشند و در هر بار تکرار dp و $dD\theta$ محاسبه می‌شوند تا زمانی که سیستم همگرا شود این ماتریسها مشابه ماتریس B در پخش‌بار DC می‌باشند.

۱_ Forward/Backward Substituion.

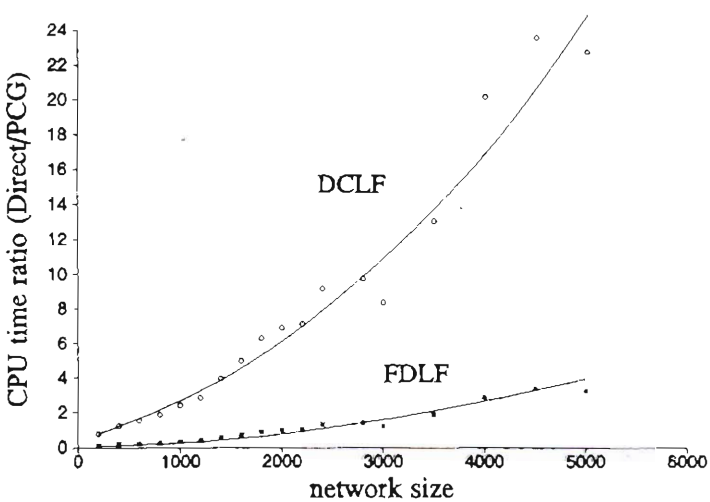
۲_ DC Load Flow

۳ - ۳ - بررسی حوادث در شبکه : برای محاسبات و تجزیه و تحلیل امنیت شبکه، انجام پخش بارهای متعدد با تغییر ماتریس ضرایب سیستم معادلات خطی مورد نیاز می‌باشند که بخصوص اگر تغییرات بوجود آمده در شبکه قابل توجه باشد، روش PCG می‌تواند بسیار مؤثرتر از روشهای مستقیم باشد.

۴ - مزایای کاربرد روش *PCG* در حل مسائل شبکه‌های برق :

روش PCG یک روش بسیار سریع برای حل معادلات مربوط به شبکه‌های برق می‌باشد. این روش سرعت بسیار فوق العادهٔ خود را در مقایسه با روشهای مستقیم حل معادلات خطی موجود در آلگوریتمهای مربوط به محاسبات شبکه‌های برق برای شبکه‌های نسبتاً بزرگ نشان داده است[۸]. به عنوان مثال شکل ۱ نسبت زمان روش مستقیم بر روش PCG را برای حل معادلات موجود در پخش بار DC و پخش بار تفکیک شده برای یک گروه خاص از شبکه‌ها نشان می‌دهد. این گروه شبکه‌هایی را شامل می‌شوند که تعداد گره‌های آنها بین ۲۰۰ تا ۵۰۰۰ می‌باشد و بزرگترین شبکهٔ توزیع محلی آن دارای تعداد گره‌هایی معادل $\frac{۱}{۵}$ تعداد گره‌های کل شبکه می‌باشد.

عملکرد فوق‌العاده سریع روش PCG [۸] که گوشه‌ای از آن در شکل ۱ نشان داده می‌شود ما را بر آن داشت تا بررسی تکمیلی جاری را در مورد تأثیر ابعاد شبکه‌های توزیع محلی بر روی عملکرد این روش و روشهای مستقیم حل مورد ارزیابی قرار دهیم.



« شکل ۱ :نسبت زمان روش مستقیم بر روش PCG »

(بزرگترین شبکه توزیع محلی $\frac{۱}{۵}$ تعداد گره‌های کل شبکه را شامل می‌شود)

۵ - تأثیر ابعاد شبکه‌های توزیع محلی :

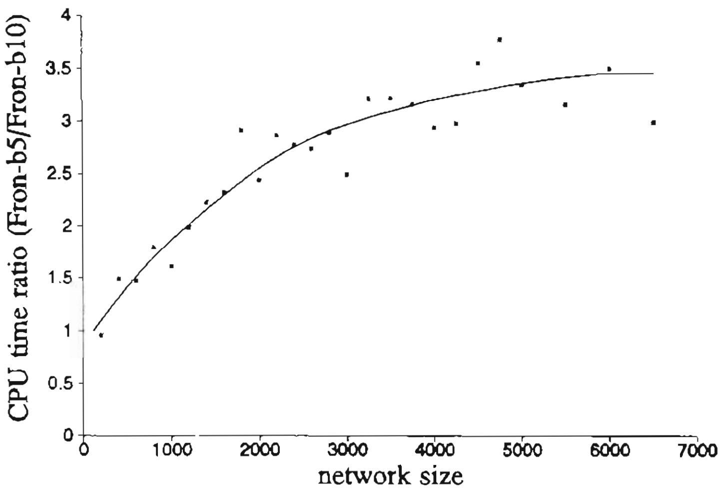
در این قسمت تأثیر شبکه‌های توزیع محلی بر روی زمان حل سیستم معادلات خطی موجود در آلگوریتمهای برق توسط روش مستقیم و روش PCG مورد ارزیابی قرار می‌گیرند نتایج این ارزیابی در سه گروه دسته بندی می‌شوند. در گروه اول تأثیر ابعاد شبکه‌های توزیع محلی بر روی زمان حل بوسیله روش مستقیم، در گروه دوم تأثیر ابعاد شبکه‌های توزیع محلی بر روی زمان حل بوسیله روش PCG و در گروه سوم تأثیر مقایسه‌ای روشهای فوق ارائه می‌گردند.

۱ - ۵ - تأثیر ابعاد شبکه‌های توزیع بر روی زمان حل بوسیله روش مستقیم :

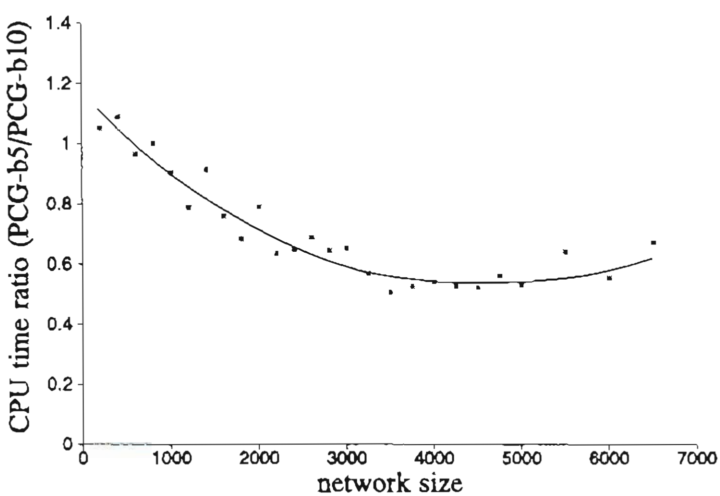
شکل ۲ اثر اندازه بزرگترین شبکه توزیع محلی را بر روی زمان حل بوسیله روش مستقیم مورد ارزیابی قرار می‌دهد. در این ارزیابی ماتریسهای شبکه‌های مورد بررسی دارای خلوتی و اندازه یکسان می‌باشند. به عبارت دیگر نسبت زمان حل برای دو شبکه با اندازه یکسان توسط روش مستقیم اندازه‌گیری می‌شود. شبکه‌ها دارای تعدادگره یکسان می‌باشند اما در مورد یکی از این شبکه‌ها، اندازه بزرگترین شبکه توزیع محلی $\frac{۱}{۵}$ اندازه کل شبکه و در دیگری اندازه بزرگترین شبکه توزیع محلی $\frac{۱}{۱۰}$ اندازه کل شبکه می‌باشد. برای این ارزیابی از روش حل مؤثر فرنتال استفاده شده است. دیده می‌شود که هر چند این نسبت برای شبکه‌های کوچک در حدود یک می‌باشد، برای شبکه‌های بزرگ به عدد چهار نزدیک می‌شود. عدد چهار برای روش مستقیم مزبور توسط تئوری نیز تایید می‌گردد، زیرا زمان حل مزبور دارای مرتبهٔ $O(nm^2)$ می‌باشد، بطوریکه m اندازه بزرگترین شبکه توزیع محلی (پهنای قطری ماتریس) می‌باشد.

۲ - ۵ - تأثیر ابعاد شبکه‌های توزیع بر روی زمان حل بوسیله روش PCG :

شکل ۳ اثر اندازه بزرگترین شبکه توزیع محلی را بر روی زمان حل بوسیله روش PCG مورد مقایسه قرار می‌دهد. در این ارزیابی همانند روش مستقیم ماتریسهای شبکه‌های تحت بررسی دارای خلوتی و اندازه یکسان می‌باشند. در این شکل نسبت زمان حل شبکه توسط روش PCG برای شبکه‌هایی که اندازه بزرگترین شبکهٔ توزیع محلی آنها $\frac{۱}{۵}$ اندازه کل شبکه می‌باشد بر زمان حل شبکه مزبور در حالتی که بزرگترین شبکهٔ توزیع محلی آن $\frac{۱}{۱۰}$ اندازه کل شبکه می‌باشد بر حسب اندازه کل شبکه نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که بر خلاف روش‌های مستقیم حل، با افزایش اندازه شبکه، نسبت زمان مزبور کاهش می‌یابد. به عنوان مثال سرعت حل آلگوریتم PCG برای حل شبکه‌ای دارای ۶۵۰۰ گره که بزرگترین شبکه توزیع محلی آن دارای ۱۳۰۰ گره می‌باشد، در حدود ۳۳٪ بیش از سرعت حل آلگوریتم مزبور برای



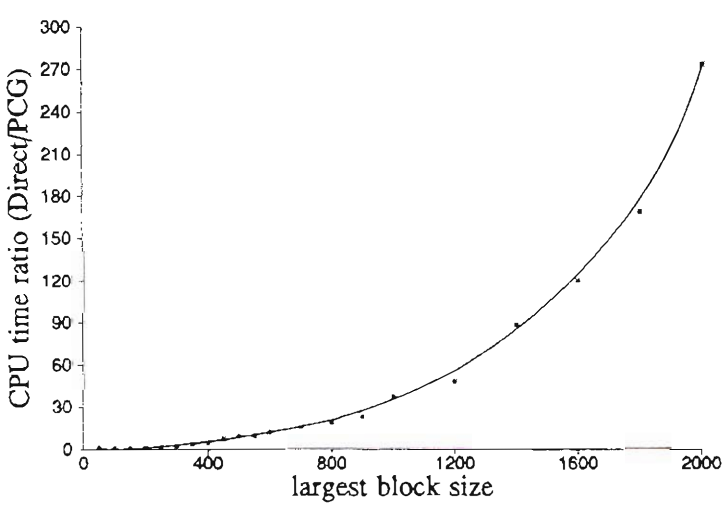
« شکل ۲ : نسبت زمان حل روش مستقیم برای دو شبکه با اندازه مساوی بطوریکه بزرگترین شبکه توزیع محلی اولی دو برابر دومی می‌باشد »



« شکل ۳ : نسبت زمان حل روش PCG برای دو شبکه با اندازه مساوی بطوریکه بزرگترین شبکه توزیع محلی اولی دو برابر دومی می‌باشد »

شبکه‌ای با همان تعداد گره می‌باشد که بزرگترین شبکه توزیع محلی آن فقط دارای ۶۵۰ گره می‌باشد. علت این پدیدهٔ غیر منتظره را در تکرارهای کمتر آلگوریتم PCG برای رسیدن به جواب نهایی یافتیم. در حقیقت ارزیابی دقیق‌تر ما نشان داد که علت سرعت مزبور در خوشه‌ای شدن بیشتر مقادیر مشخصه ماتریسهای شبکه‌هایی می‌باشد که دارای شبکه توزیع محلی بزرگتری می‌باشند. همچنین بررسی‌های ما نشان داد که برای شبکه‌هایی که دارای حداقل یک شبکه توزیع محلی با ابعاد بزرگ می‌باشند، زمان حل توسط روش PCG بسیار کمتر از مقدار پیش بینی شده $O(n^2)$ می‌باشد.

۳ - ۵ - مقایسه زمان حل توسط روشهای مستقیم و PCG : در این بخش تأثیر اندازه بزرگترین شبکه توزیع محلی را بر روی نسبت زمان حل توسط روش مستقیم بر روش PCG مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. برای این منظور از دو روش مزبور برای حل معادلات شبکه‌هایی با تعداد ۲۰۰۰ گره استفاده کرده‌ایم. در همه موارد شبکه‌های مورد تست دارای ماتریسی با در صد خلوتی برابر انتخاب شدند که بزرگترین شبکه توزیع محلی آنها دارای اندازه‌ای بین ۲۰۰ تا ۲۰۰۰ گره را شامل می‌شد. شکل ۴ نسبت زمان لازم توسط دو روش حل را بر حسب اندازه بزرگترین شبکه توزیع محلی مزبور نشان می‌دهد.



« شکل ۴ : نسبت زمان روش مستقیم بر روش PCG بر حسب اندازه بزرگترین شبکه توزیع محلی »

(هر شبکه شامل ۲۰۰۰ گره و ۴۰۰۰ خط انتقال می‌باشد)

همانطور که در شکل مزبور دیده می‌شود، نسبت سرعت روش PCG بر روش مستقیم حل، شدیداً با افزایش اندازه بزرگترین شبکه توزیع محلی افزایش می‌یابد و برای شبکه‌هایی شامل یک شبکه توزیع محلی با تعداد بیش از ۲۰۰ گره روش PCG سریعتر از روش مستقیم می‌شود. به عنوان مثال برای یک شبکه توزیع محلی با تعداد ۲۰۰۰ گره که صرفاً شامل یک شبکه توزیع محلی باشد، روش مزبور حدود ۲۷۵ برابر سریعتر از روش مستقیم خواهد بود.

۶ - نتیجه :

۱) روش PCG می‌تواند بطور مؤثری به جای روشهای مستقیم برای حل سیستمهای معادلات خطی موجود در پخش بار و بررسی حوادث بکار رود.

۲) نتایج بررسی‌های ما بر روی تعداد زیادی از شبکه‌ها نشان می‌دهد که در مواردی که شبکه دارای حداقل یک شبکه توزیع محلی با ابعاد نسبتاً بزرگ باشد، روش PCG فوق العاده سریعتر از روش حل مستقیم خواهد بود.

۳) برتری کاربرد روش PCG بر روشهای مستقیم با بزرگی شبکه سریعاً افزایش می‌یابد این برتری در مورد شبکه‌هایی که دارای شبکه توزیع محلی بزرگتری می‌باشند، بیشتر محسوس خواهد بود.

۴) روش PCG بر خلاف روشهای مستقیم بستگی به پهنای پراکندگی عناصر غیر صفر در اطراف قطر اصلی ماتریس شبکه ندارد. اما این روش شدیداً متأثر از پراکندگی مقادیر مشخصه ماتریس مزبور می‌باشد.

۵) از آنجایی که زمان مربوط به حل سیستمهای معادلات خطی در پخش بار بیش از ۹۰٪ زمان مربوط به پخش بار را به خود اختصاص می‌دهد [۱۱]، کاربرد روش PCG می‌تواند تأثیر بسزایی در کاهش زمان پخش بار و دیگر محاسبات مربوط به شبکه‌ها داشته باشد.

۶) روشهای تکراری از جمله روش PCG و دیگر روشهای موجود باید مورد بازنگری مجدد و جدی برای جایگزینی روشهای مستقیم در کاربردهای خاص شبکه‌ها قرار گیرند.

فهرست منابع و مراجع :

[1] T.H Chen, M.S. Chen, W.J. Lee, P.Kotus, P.V. Olinda, "Distribution System Short Circuit Analysis - A Rigid Approach," IEEE Trans. on Power Systems. Vol. 7, No 1, February 1992, PP. 444-450

[2] Laughton, M.A, "The Analysis of Unbalanced Polyphase Networks by the

Method of Phase Co-ordinates. Part I. System Representation in Phase Frame of Reference." Proc.IEEE, 1968, 115, (8), PP. 1163-1172

[3] Laughton, M.A, "The Analysis of Unbabanced Polyphase Networks by the Method of Phase Co-ordinates. Part II. Fault Analysis." Proc.IEEE, 1969, 116, (8),PP.857-865

[4] O.Axelsson, N.Munksgaard," A Class of Pre-Conditioned Conjugate Gradient Methods for the Soluton of a Mixed Finite Element Discretization of the Biharmonic Operator". int. J.Numer. Methods Eng, Vol. 14, 1979, PP. 1001-1019.

[5] D.W.Kershaw, "The Incomplete Cholesky-Conjugate Graident Method For the Iterative Solution of Systems of Linear Equations", J.Comp. Phys, Vol 26, 1978, PP. 43-65.

[6] A. Jennings. "Infuence of the Eigenvalue Spectrum on the Convergence Rate of the Conjugate Gradient Method", J. Inst. Maths. Applic, VOL. 20, 1977, PP. 61-72

[7] O. Axelsson, "A Survery of Vectotizable Pre-Conditioned method for Large Scale Finite Element Matrix Problems", Technical Report CNA-190, Center for Numerical Analysis, The University of Texas Austion, 1984.

[8] F.D. Galiana, H, Javidi, S.Mcfee, "On the application of Pre-Conditioned Conjugate Gradient Algorithm to Power Network Analysis". Proceedings of PICA Conference, May 1993, Phonix, PP. 404-410.

[9] D.G. Luenberger, LINEAR AND NONLINEAR PROGRAMMING, Second Edittion, Addison-Wesley, 1984.

[10] H.Javidi, S.Mcfee, F.D. Galiana "Artifically Synthesizing Netwerk Data for Power System Analysis" Proceedings of 1993 Canadion Conference on Electrical and Computer Engineering, September 14-17 1993, Vancouver, Canada, PP. 566-569.

[11] S.M Chan, V. Brandwayn, "Paratial Matrix Refactorization", IEEE Trans. on PAS, Vol. PWRS-1, No. 1, February 1986, PP. 193-220.